

التمرين رقم 01 :

احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x}{x^2 - 3x - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x}{x^2 - 3x - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2x - 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2x - 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 6x^2 + 12x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 6x^2 + 12x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 3x^2 - 4}{(x+1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 3x^2 - 4}{(x+1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + x + 1} - x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + x + 1} - x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(4x)}{5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \cos x}{3x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \cos x}{3x^2}$$

التمرين رقم 02 :أدرس نهاية الدالة f عند أطراف مجال تعريفها :

$$D_f = \mathbb{R} \quad \text{حيث} \quad f(x) = -4x^3 + 3x^2 - x \quad .1$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\} \quad \text{حيث} \quad f(x) = \frac{2x^3 + 3x^2 + 1}{x+1} \quad .2$$

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{-1; \frac{-2}{3}\right\} \quad \text{حيث} \quad f(x) = \frac{-x^2 + x}{-3x^2 - 5x - 2} \quad .3$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-2\} \quad \text{حيث} \quad f(x) = \frac{1}{(x+2)^2} \quad .4$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\} \quad \text{حيث} \quad f(x) = \frac{x^2 + 3x - 1}{|x-1|} \quad .5$$

التمرين رقم 03 :

احسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة .

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} \quad (3, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x-1}) \quad (2, \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x+1}) \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 - 1}) \quad (5, \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - 2x)) \quad (4)$$

التمرين رقم 04 :

احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+4} - \sqrt{x}) \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2 + x + 2} + 2x \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - \sqrt{2x+1}) \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x + 4}{2x^2 - 2x - 4} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3 - 1} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3x+9}{x^2 - 9} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{2x^2 - 2x - 4} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x+2}}{x} \quad (8)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{x+7} - 3} \quad (9)$$

التمرين رقم 05 :

الأجزاء الأربعة مستقلة عن بعضها

$$f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x+1}} : \text{ب} \quad x > 1 \text{ من أجل } f \text{ دالة معرفة من أجل } x > 1 \text{ ب} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2x}} < \frac{1}{\sqrt{x+1}} : \text{بيّن أنه لما يكون } x > 1 \text{ يكون}$$

$$f(x) > \sqrt{2x} : \text{استنتج أن}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) : \text{استنتج}$$

$$(2) \text{ بيّن أنه من أجل } x > -1 \text{ يكون لدينا :}$$

$$\frac{-1}{x+1} \leq \frac{\cos x}{x+1} \leq \frac{1}{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x+1} : \text{استنتج}$$

$$f(x) = \frac{3x + \sin x}{x-1} : \text{ب} \quad]2; +\infty[\text{ معرفة على } f \text{ دالة معرفة على } [2; +\infty[\text{ ب} \quad (3)$$

بيّن أنه من أجل $x > 1$ يكون لدينا :

$$\frac{3x-1}{x-1} \leq f(x) \leq \frac{3x+1}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) : \text{استنتج}$$

$$(4) f \text{ دالة عددية معرفة على }]0; +\infty[\text{ ب} :$$

$$f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} : \text{تحقق أن}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \leq f(x) \leq \frac{1}{2\sqrt{x}} : \text{استنتج أن}$$

$$\text{ما هي نهاية } f \text{ عند } +\infty$$

التمرين رقم 06 :

احسب ما يلي :

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \quad -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{2x^2 + 1} - x] \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-2}}{x(x-2)} \quad -2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{x+2} - \sqrt{x}] \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{x^2 + 1} - x]$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} \quad -3$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{1-8x} - 3}{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{\frac{x+2}{x-4}} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x+2}{x-4}} \quad -4$$

التمرين رقم 07 :

f دالة عـددية معرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ بـ :

$$f(x) = 2x - 1 + \frac{2}{x-3}$$

(γ) منحنيتها البياني في معلم متعامد و متجانس ($0; \bar{l}; \bar{j}$)

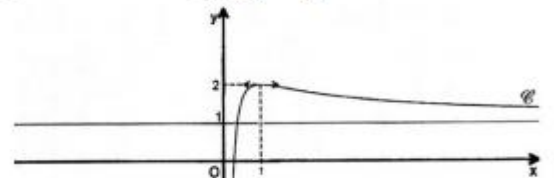
جـدول تغـيرات معطى كما يلي :

x	$-\infty$	2	3	4	$+\infty$
$f(x)$		1	$+\infty$	9	$+\infty$

- (أ) عين النهايات من جدول التغيرات ثم فسر بيانيا كل نهاية .
 (ب) لاحظ أن (γ) يقبل مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيينه .
 (ج) أرسم المستقيمات المقاربة ثم أرسم (γ)

التمرين رقم 08 :

المنحنى حتى الأتي C يمـثل دالة f



بقـراءة بيانية :

1- عين مـجموعـة التـعريف D_f

2- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

3- شكـل جـدول التـغـيرات .

التمرين رقم 09 :

باستعمال تعريف العدد المشتق احسب النهايات

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x^2 - 3} - \sqrt{5}}{x^2 - 4} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{2x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-1)\sqrt{x} - 6}{x-4} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x^2 + 3x}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

التمرين رقم 10 :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

احسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{8x} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{5x} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 4x}{x^3} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x^2 - x} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{6x}$$

التمرين رقم 11 :

لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ حيث من أجل كل

عدد حقيقي x من المجال $]1; +\infty[$: $0 \leq f(x) \leq x$

لتكن g الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = 1 + \frac{f(x)}{x^2}$$

$$(1) \text{ بين أنه إذا كان } x \geq 1 : |g(x) - 1| \leq \frac{1}{x}$$

(2) ماذا تستنتج بالنسبة لنهاية g عندما يؤل x إلى $+\infty$

التمرين رقم 12 :

$$f(x) = \frac{x + \cos x}{x^2 + x + 1}$$

(1) عين مجموعة تعريف الدالة f .

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f :

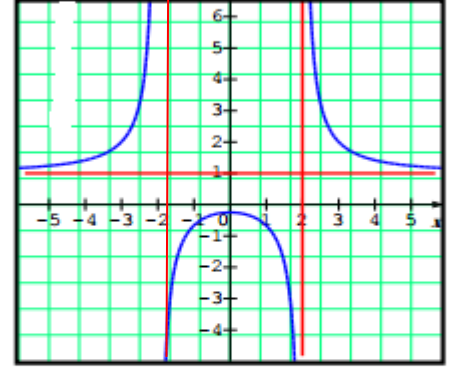
$$\frac{x-1}{x^2+x+1} \leq f(x) \leq \frac{x+1}{x^2+x+1}$$

(3) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

التمرين رقم 13 :

الشكل المقابل يمثل المنحني البياني (C) الممثل لدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

$$\text{حيث } f(0) = -\frac{1}{4}$$



باستعمال المنحني (C)

(1) عين مجموعة تعريف الدالة f .

(2) عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف.

(3) مثل جدول تغيرات الدالة f .

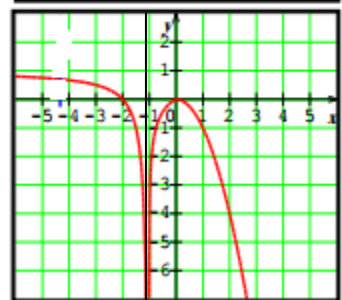
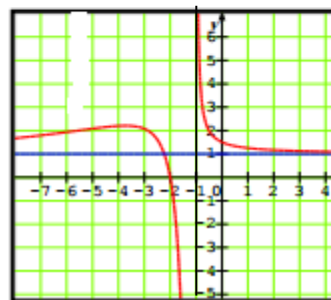
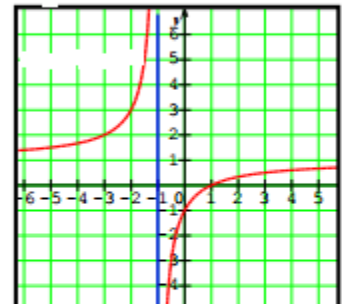
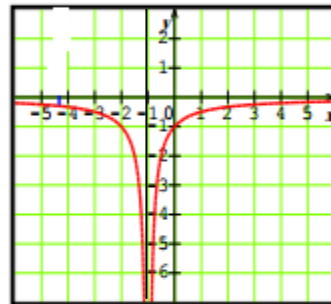
(4) عين النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)-1}$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)-1}$

التمرين رقم 14 :

المنحني C_f هو التمثيل البياني الممثل لدالة f

في كل حالة من الحالات الثلاث عين D مجموعة تعريف

الدالة f ثم خمن النهايات في أطراف المجموعة D .



(1) بقراءة بيانية، عين :

(أ) مجموعة التعريف D للدالة f ثم نهايات f عند أطراف D

(ب) المستقيمات المقاربة لـ (C) ومعادلاتها.

(ج) الوضع النسبي لـ (C) بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل

(هـ) إشارة $f(x)$.

(2) g دالة معرفة بـ: $g(x) = \sqrt{f(x)}$

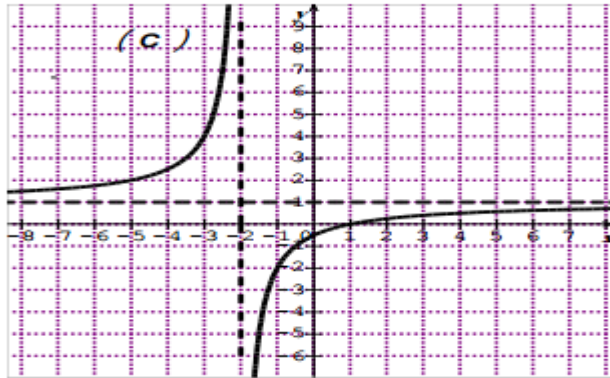
(أ) بين أن مجموعة تعريف g هي: $]-1; +\infty[$

(ب) أوجد نهاية g عند -1 وعند $+\infty$

(ج) أحسب $g(0)$. ثم أعط إتجاه تغير الدالة g .

التمرين رقم 15 :

g دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ ، التمثيل البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (الشكل التالي)



1. بقراءة بيانية :

أ. شكل جدول تغيرات g

ب. عين قيم x التي يكون من أجلها $0 < g(x) < 1$

ج. حدد إشارة $g(x)$ حسب قيم x

2. الدالة المعرفة على $]-2; +\infty[$ بـ: $f(x) = g(x^2)$

أ. احسب $f(-2)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

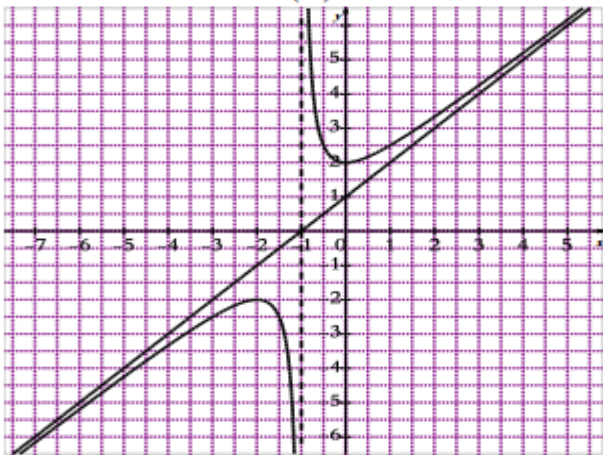
ب. حدد اتجاه تغير الدالة f على $]-2; +\infty[$

ثم شكل جدول تغيراتها .

ج. ارسم المنحني (C_f)

التمرين رقم 16 :

في الشكل الآتي، المنحني (C) هو التمثيل البياني للدالة f



(1) بقراءة بيانية، عين :

(أ) مجموعة التعريف D للدالة f ثم نهايات f عند أطراف D

(ب) المستقيمات المقاربة لـ (C) ومعادلاتها.

(ج) الوضع النسبي لـ (C) بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل

(هـ) إشارة $f(x)$.

(2) g دالة معرفة بـ: $g(x) = \sqrt{f(x)}$

(أ) بين أن مجموعة تعريف g هي: $]-1; +\infty[$

(ب) أوجد نهاية g عند -1 وعند $+\infty$

(ج) أحسب $g(0)$. ثم أعط إتجاه تغير الدالة g .

التمرين رقم 17 :

f دالة عددية جدول تغيراتها التالي:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$				
f(x)	+	0	-	-	0	+			
f(x)	$-\infty$	\nearrow	2	\searrow	$-\infty$	$+\infty$	2	\searrow	$+\infty$

نفرض أن f(x) تكتب على الشكل:

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$$

(1) احسب f'(x) بدلالة a, c

(2) اعتمادا على جدول التغيرات للدالة f:

(أ) عين الأعداد الحقيقية a, b, c

(ب) عين $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f'(x)$ وفسر النتيجةين بيانيا.

(3) أثبت أن، في معلم المنحنى (Γ) الممثل للدالة f يقبل

مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته: $y = x + 1$

- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (Γ) والمستقيم (Δ).

- إنشئ المنحنى (Γ) والمستقيم (Δ).

التمرين رقم 18 :

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 5}{(x-2)^2}$$

ليكن (C) منحناها البياني في معلم متعامد متجانس (Γ; I; J)

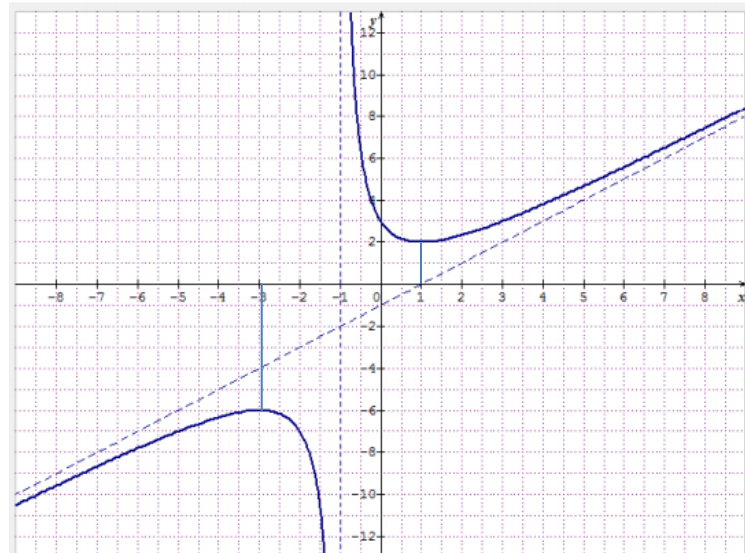
1. احسب النهايات على اطراف مجال التعريف

2. اثبت ان المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x + 1$ هو مقارب للمنحنى (C)

3. ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ)

التمرين رقم 19 :

$$f(x) = \alpha x + \beta + \frac{\gamma}{x+1}$$

ليكن (C) منحناها البياني في معلم متعامد (Γ; I; J) الممثل في الشكل المقابل حيث $\alpha; \beta; \gamma$ اعداد حقيقية

1. حدد نهايات الدالة f على مجال تعريفها
2. أكتب معادلة المستقيم المقارب المائل للمنحنى (C)
3. اوجد احداثيات نقطة تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الترتيب
4. استنتج الاعداد الحقيقية $\alpha; \beta; \gamma$
5. اثبت ان النقطة $(-2; -1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C)

التمرين رقم 20 :

f دالة عددية معرفة على $R - \{3\}$ كما يلي: $f(x) = \alpha x + \beta + \frac{\gamma}{x-3}$ و ليكن (C) منحناها البياني في معلم متعامد متجانس (Γ; I; J) الممثل في الشكل المقابل حيث $\alpha; \beta; \gamma$ اعداد حقيقية

1. اعط عبارة البالة المشتقة f'(x)

2. اوجد الاعداد الحقيقية $\alpha; \beta; \gamma$ اذا علمت ان المنحنى يشمل النقطة $A(0; \frac{7}{3})$ ومعادلة مماسه في النقطة ذات

$$y = \frac{-3}{4}x + \frac{9}{4}$$

3. ادرس تغيرات الدالة f

4. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + x$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + x$

5. ماذا تستنتج

6. اثبت ان المنحنى (C) يقبل مماسين $(T_1); (T_2)$ معامل توجيهها 3 يطلب تحديدهما7. ارسم منحنى البالة f و المماسين $(T_1); (T_2)$

m وسيط حقيقي

8. ناقش حسب قيم الوسيط m عدد و اشارة حلول المعادلتين التاليتين

$$x^2 - (5 + m)x + 7 + 3m = 0$$

$$4x^2 + (m - 14)x + 7 - 3m = 0$$

التمرين رقم 21 :

$$f(x) = \frac{-x^3 - 2}{x^2 + 1}$$

و ليكن (C) منحناها البياني في معلم متعامد متجانس (Γ; I; J)

1. ادرس تغيرات الدالة f

2. بين ان المنحنى (C) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = -x$

3. ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم المقارب (Δ)

4. أكتب معادلة مماس المنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$

5. ارسم المنحنى (C)

$$g(x) = \frac{-x^3 - 6x^2 - 9x - 9}{x^2 + 2x + 2}$$

6. بسط العبارة $f(x+1) - g(x)$

7. ماذا تستنتج

8. استنتج انطلاقا من المنحنى (C) منحنى الدالة g