

سلسلة ايرى للأستاذ بوعزة مصطفى في المتاليات العددية مادة الرياضيات BAC2016 الشعب: 03 أوف- أول ✓ ✨ ✨

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$v_n = 3 \times 2^n + 1$$

ج- أحسب المجموع S' حيث: $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_7$.

التمرين 07: باك أوف+ أول جوان 2011 م (05 نقاط)

(أ) (u_n) متتالية هندسية أساسها 3 وحدها الأول u_0 بحيث:

$$u_0 + u_3 = 28$$

1. احسب u_0 ، ثم اكتب الحد العام u_n بدلالة n .

2. احسب المجموع: $S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_9$.

(ب) (v_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} ليحدّها العام: $v_n = 1 - 5n$

أبين أن (v_n) متتالية حسابية يُطلب تعيين أساسها ثم استنتج اتجاه تغيرها.

2. احسب المجموع: $S_2 = v_0 + v_1 + \dots + v_9$.

(ج) نعتبر المتتالية (k_n) المعرفة على \mathbb{N} بحدّها العام:

$$k_n = 1 + 3^n - 5n$$

تحقق أن: $k_n = u_n + v_n$ ثم احسب المجموع:

$$S = k_0 + k_1 + \dots + k_9$$

التمرين 08: باك أوف+ أول جوان 2011 م (06 نقاط)

(أ) (u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرفتان على \mathbb{N} بحدّيهما العام:

$$u_n = -2n \text{ و } v_n = 3^{-2n}$$

عين في كل حالة من الحالات الخمس في الجدول أدناه الاقتراح

الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث مع التعليل.

اقتراح 1	اقتراح 2	اقتراح 3		
هندسية	حسابية	لا حسابية ولا هندسية	1	(u_n) هي متتالية
-90	-92	-88	2	الحد الخامس والأربعون للمتتالية (u_n) يساوي
$n^2 + 1$	$-n^2 - n$	$-n^2 - 1$	3	المجموع $u_0 + u_1 + \dots + u_n$ يساوي
$\frac{1}{9}$	9	-9	4	(v_n) متتالية هندسية أساسها
متزايدة	متناقصة	ليست رتيبة	5	المتتالية (v_n)

التمرين 09: باك أوف+ أول جوان 2012 م (06 نقاط)

a ، b و c ثلاثة حدود متتابعة لمتتالية حسابية متزايدة أساسها r

$$\text{حيث: } a + b + c = 9$$

1. احسب b ثم اكتب a و c بدلالة r .

$$\text{ب) علما أن: } a \times c = -16$$

عين الأساس r ثم استنتج a و c .

2. (u_n) متتالية حسابية حدّها الأول $u_0 = -2$ وأساسها 5.

أعبر عن الحد العام u_n بدلالة n .

ب) احسب u_{15} ثم استنتج المجموع: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{15}$.

3. (v_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بالعلاقة: $8v_n - u_n = 0$.

$$\text{احسب المجموع: } S' = v_0 + v_1 + \dots + v_{15}$$

التمرين 10: باك أوف+ أول جوان 2012 م (06 نقاط)

(أ) (u_n) متتالية حسابية متزايدة، أساسها r وحدّها الأول u_1 و $u_3 = 7$.

1. احسب بدلالة r الجداين: $T_1 = u_1 \times u_5$ و $T_2 = u_2 \times u_4$.

$$\text{ب) عين الأساس } r \text{ بحيث: } T_2 - T_1 = 27$$

$$r = 3$$

2. نضع $r = 3$.

أ) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم:

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

$$\text{بين أن: } S_n = \frac{3n^2 - n}{2}$$

ج) جد العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 145$.

3. اكتب الحد u_{n+5} بدلالة n .

التمرين 01: باك أوف+ أول جوان 2008 م (05 نقاط)

(أ) (u_n) متتالية معرفة على \mathbb{N} كمايلي: $u_n = 3n + 1$.

1/ احسب u_0 ، u_1 و u_2 .

2/ بين أن (u_n) حسابية يُطلب تعيين أساسها عين اتجاه تغير (u_n) .

3/ تحقق أن العدد 2008 حدّ من حدود المتتالية (u_n) . ما رتبته؟

4/ احسب المجموع: $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{669}$.

التمرين 02: باك أوف+ أول جوان 2008 م (06 نقاط)

(أ) (u_n) متتالية عددية معرفة بحدّها الأول $u_1 = 7$ ومن أجل كل عدد

$$\text{طبيعي غير معدوم } n: u_{n+1} = 2u_n + 1$$

1) احسب u_2 ، u_3 و u_4 .

2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نعرف المتتالية (v_n) كما

$$v_n = u_n + 1$$

أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها q وحدّها الأول

$$v_1$$

ب) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

ج- نضع: $v_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ ، احسب S_n بدلالة n .

$$\text{د- عين } n \text{ علما أن } S_n = 1016$$

التمرين 03: باك أوف+ أول جوان 2009 م (06 نقاط)

(أ) (u_n) متتالية حسابية معرفة على \mathbb{N}^* بحدّها الأول $u_1 = 2$

$$\text{وبالعلاقة } u_2 - 2u_5 = 19$$

1- أحسب الأساس r للمتتالية (u_n) .

ب- أحسب الحد العاشر

2) اكتب عبارة u_n بدلالة n .

3) بين أن العدد (-2008) هو حدّ من حدود (u_n) محددا رتبته.

4) احسب المجموع: $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{671}$.

التمرين 04: باك أوف+ أول جوان 2009 م (07 نقاط)

(أ) (u_n) متتالية هندسية معرفة على \mathbb{N} وأساسها موجب.

1- عين أساس هذه المتتالية وحدّها الأول u_0 إذا علمت أن:

$$u_3 = 144 \text{ و } u_5 = 576$$

2) تحقق أن $u_n = 18 \times 2^n$ من أجل كل عدد طبيعي n .

3- احسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

ثم استنتج قيمة العدد الطبيعي n حيث: $S_n = 1134$.

التمرين 05: باك أوف+ أول جوان 2010 م (05 نقاط)

(I) (u_n) متتالية حسابية معرفة على \mathbb{N} بالحدين:

$$u_{10} = 31 \text{ و } u_{15} = 46$$

1- عين أساسها وحدّها الأول u_0 .

2- اكتب u_n بدلالة n .

3- بين أن 6028 حدّ من حدود المتتالية (u_n) .

4- احسب المجموع $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{2009}$.

(II) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = 2 \times 8^n$.

1- بين أن (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول v_0 .

2- احسب بدلالة n المجموعة S' : $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

التمرين 06: باك أوف+ أول جوان 2010 م (07 نقاط)

(أ) (u_n) متتالية هندسية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية \mathbb{N} ،

أساسها q وحدّها الأول u_0 حيث: $u_1 = 6$ و $u_4 = 48$.

1- أحسب الأساس والحد الأول للمتتالية (u_n) .

ب) استنتج أن عبارة الحد العام للمتتالية (u_n) هي: $u_n = 3 \times 2^n$.

2- أعلما أن $2^8 = 256$ ، بين أن العدد 768 هو حدّ من حدود

المتتالية (u_n) .

ب- احسب المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_7$.

3. (v_n) متتالية عددية معرفة بـ: $v_0 = 4$ ومن أجل كل عدد

$$\text{طبيعي } n: v_{n+1} = 2v_n - 1$$

أحسب: v_1 ، v_2 و v_3 .

ب) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم:

$$\frac{u_{n+5}}{n} = 3 + \frac{13}{n}$$

ج) استنتج الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها العدد $\frac{u_{n+5}}{n}$ طبيعياً.

التمرين 11: باك أوف+أول جوان 2013 م (06 نقاط)

(v_n) متتالية هندسية حدّها الأول $v_0 = 2$ وأساسها 3.

1- اعبّر عن v_n بدلالة n .

ب) احسب بدلالة n الفرق $v_{n+1} - v_n$ ، ثمّ استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (v_n).

2- نضع، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :

$$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$$

أ) احسب بدلالة n المجموع S_n .

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 80$.

ج) أثبت بالتراجع أنه، من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $3^n - 1$ يقبل القسمة على 2.

التمرين 12: باك أوف+أول جوان 2013 م (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدّها الأول u_0 وأساسها 5 بحيث:

$$u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 34$$

1- احسب u_0 .

2- بيّن أنه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 5n + 1$.

3- عيّن العدد الطبيعي n بحيث: $u_{n+1} + u_n - 8n = 4033$.

4- احسب المجموع: $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{2013}$.

5- المتتالية العددية (v_n) معرفة على \mathbb{N} بالعلاقة: $v_n = 2u_n + 1$. ادرس اتجاه تغيّر (v_n).

ب) احسب المجموع: $S' = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{2013}$.

التمرين 13: باك أوف+أول جوان 2014 م (06 نقاط)

بيّن الاقتراح الصّحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة، في كل حالة من الحالات الأربعة الآتية، مع التعليل:

1) (u_n) متتالية حسابية أساسها 3 وحدّها $u_2 = 1$ الحد العام للمتتالية (u_n) هو:

أ) $u_n = 1 + 3n$ ب) $u_n = 7 + 3n$ ج) $u_n = -5 + 3n$

2) عدد طبيعي. المجموع $1 + 2 + 3 + \dots + n$ يساوي:

أ) $\frac{n^2+n}{2}$ ب) $\frac{n(n-1)}{2}$ ج) $\frac{n^2+1}{2}$

3) x عدد حقيقي. تكون الأعداد $x-2$ ، x ، $x+1$ بهذا الترتيب حدوداً متعاقبة لمتتالية هندسية إذا كان:

أ) $x = 3$ ب) $x = 5$ ج) $x = -2$

4) (v_n) متتالية هندسية معرفة على \mathbb{N} ، حدّها العام:

$$v_n = 2 \times 3^{n+1}$$

أ) 2 ب) 3 ج) 6.

التمرين 14: باك أوف+أول جوان 2014 م (06 نقاط)

(v_n) المتتالية العددية المعرفة بمايلي: $v_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ؛

$$v_{n+1} = 5v_n + 4$$

1) احسب: v_1 ، v_2 و v_3 .

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_n = v_n + 1$.

ليّن أنّ (u_n) متتالية هندسية أساسها $q = 5$ وحدّها الأول $u_0 = 0$.

ب- اكتب u_n بدلالة n واستنتج v_n بدلالة n .

جدّل العدد 1250 إلى جداء عوامل أولية واستنتج أنه حد من حدود المتتالية (u_n).

3- أ- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث:

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$$

ب- احسب بدلالة n المجموع S'_n حيث:

$$S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$$

التمرين 15: باك أوف+أول جوان 2015 م (07 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية التي حدّها الأول u_0 وأساسها q حيث:

$$u_0 = 2 \text{ و } q = 3$$

1) احسب u_1 و u_2 .

2) اكتب u_n بدلالة n ، ثمّ استنتج u_5 .

3) عيّن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

4) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث:

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$$

ب) استنتج قيمة المجموع: $2 + 6 + 18 + \dots + 486$.

5) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 5 لكل عدد من الأعداد 3، 3^2 ، 3^3 و 3^4 .

ب) استنتج أنه لكل k من \mathbb{N} ؛ $3^{4k} \equiv 1 [5]$.

6) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون $3^n - 1$ قابلاً للقسمة على 5.

التمرين 16: باك أوف+أول جوان 2015 م (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدّها u_1 وأساسها r حيث: $u_2 = \frac{1}{2}$

$$u_1 - u_3 = 5$$

1) أ) بيّن أن: $u_1 + u_3 = 1$.

ب) عيّن الحدّ الأول u_1 ثمّ استنتج أنّ $r = -\frac{5}{2}$.

2) اكتب u_n بدلالة n .

3) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث:

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $S_n = -\frac{657}{2}$.

4) عدد طبيعي غير معدوم، نضع:

$$T_n = u_1 + 2u_2 + 3u_3 + \dots + nu_n$$

أحقق أنه لكل n من \mathbb{N}^* :

$$(n+2)(9-5n) = -5n^2 - n + 18$$

ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنه لكل n من \mathbb{N}^* :

$$T_n = \frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)$$