



تعلم الرياضيات



• الاستمرارية في نقطة:

التفسير الهندسي	النهاية
الدالة f مستمرة في النقطة x_0	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
الدالة f مستمرة على يسار النقطة x_0	$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$
الدالة f مستمرة على يمين النقطة x_0	$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$

• ملاحظة:

إذا كانت f مستمرة على يمين x_0 ومستمرة على يسار x_0 فهي إذن مستمرة في النقطة x_0 .

• الاستمرارية على مجال:

- تكون f مستمرة على مجال مفتوح $]a, b[$ إذا كانت f مستمرة في كل نقطة من المجال $]a, b[$.
- تكون f مستمرة على مجال مغلق $[a, b]$ إذا كانت f مستمرة على المجال المفتوح $]a, b[$ ومستمرة على يمين a ومستمرة على يسار b .

• العمليات على الدوال المستمرة:

- لتكن f و g دالتين مستمرتين على مجال I ، و k عدد حقيقي.
- الدوال $f + g$ ، $f \times g$ ، kf مستمرة على المجال I .
- إذا كانت g لا تنعدم على I ، فإن الدالتين $\frac{f}{g}$ و $\frac{k}{g}$ مستمرتين على المجال I .

• نتائج:

- كل دالة كثير حدود مستمرة على \mathbb{R} .
- كل دالة ناطقة مستمرة على مجال تعريفها.
- الدالة $x \mapsto \sqrt{x}$ مستمرة على \mathbb{R}^+ .
- الدالتان $x \mapsto \sin x$ و $x \mapsto \cos x$ مستمرتان على \mathbb{R} .
- الدالة $x \mapsto \tan x$ مستمرة على مجال تعريفها $\mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$.

• استمرارية مركب دالتين:

إذا كانت f مستمرة على مجال I ، و g مستمرة على مجال J ، بحيث: $f(I) \subset J$ فإن $g \circ f$ مستمرة على المجال I .

• صورة قطعة ومجال بدالة مستمرة:

- صورة قطعة بدالة مستمرة هي قطعة.
- صورة مجال بدالة مستمرة هي مجال.

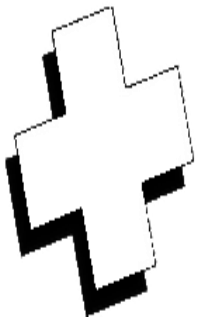
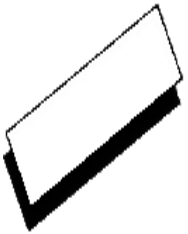
• حالات خاصة:

لتكن f دالة مستمرة ورتيبة تماما على مجال I .
الجدول التالي يوضح طبيعة المجال $f(I)$.





تعلم الرياضيات



المجال $f(I)$		المجال I
f متناقصة تماما على I	f متزايدة تماما على I	
$[f(b), f(a)]$	$[f(a), f(b)]$	$[a, b]$
$] \lim_{x \rightarrow b^-} f(x), f(a) [$	$[f(a), \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) [$	$[a, b[$
$[f(b), \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) [$	$] \lim_{x \rightarrow a^+} f(x), f(b)]$	$]a, b]$
$] \lim_{x \rightarrow b^-} f(x), \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) [$	$] \lim_{x \rightarrow a^+} f(x), \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) [$	$]a, b[$
$] \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), f(a) [$	$[f(a), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) [$	$[a, +\infty[$
$] \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) [$	$] \lim_{x \rightarrow a^+} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) [$	$]a, +\infty[$
$[f(a), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) [$	$] \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), f(a)]$	$] -\infty, a]$
$] \lim_{x \rightarrow a^-} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) [$	$] \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) [$	$] -\infty, a[$
$] \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) [$	$] \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) [$	$] -\infty, +\infty[$

جميع الحقوق محفوظة

2016

