الدالة الأسية النيبيرية:

تعريف:

الدالة: $x \mapsto e^x$ هي الدالة العكسية للدالة: $x \mapsto ln\,x$ وتسمى الدالة الأسية النيبيرية.

خواص:

- من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا:
  - $e^x > 0$
  - $ln\,e^x = x$
- من أجل كل x من المجال $]0\,;+\infty[$ لدينا:
  - $e^{ln\,x} = x$
- من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ومن أجل كل y من المجال $]0\,;+\infty[$ لدينا:
  - $e^x = y$ معناه: $x = ln\,y$
- من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ومن أجل كل y من $\mathbb{R}$ لدينا:
  - $e^x = e^y$ معناه: $x = y$
  - $e^x > e^y$ معناه: $x > y$
- من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ومن أجل كل y من $\mathbb{R}$ ومن أجل كل r من $\mathbb{Q}$ لدينا:
  - $e^x \times e^y = e^{x+y}$
  - $(e^x)^r = e^{rx}$
  - $\frac{1}{e^x} = e^{-x}$
  - $\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$

مجموعة التعريف:

- الدالة $x \mapsto e^x$ معرفة على $\mathbb{R}$.
- الدالة $x \mapsto e^{u(x)}$ معرفة حسب طبيعة $u(x)$.

النهايات:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x = 0 \\ \lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1 \end{cases}$$

الاستمرارية:

- الدالة $x \mapsto e^x$ مستمرة على $\mathbb{R}$.
- إذا كانت u دالة مستمرة على مجال I فإن الدالة $x \mapsto e^{u(x)}$ مستمرة على المجال I.

الاشتقاقية:

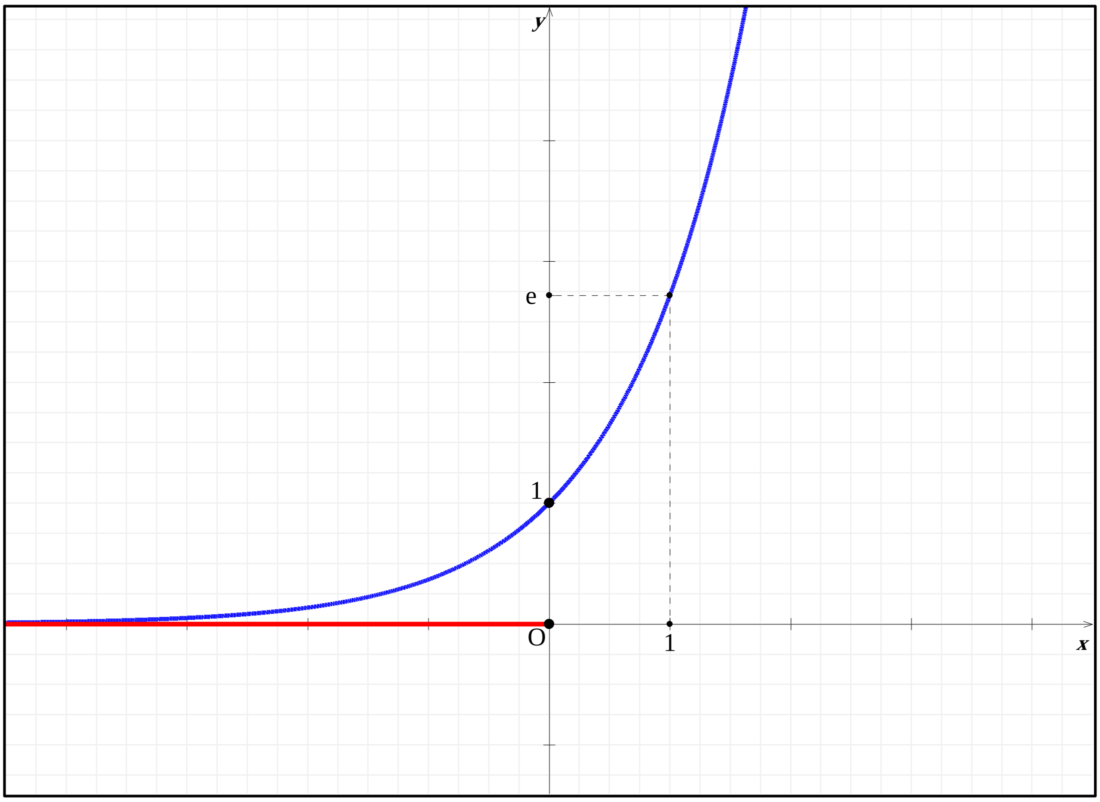
- الدالة $x \mapsto e^x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$.
- من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا:

$$(e^x)' = e^x$$

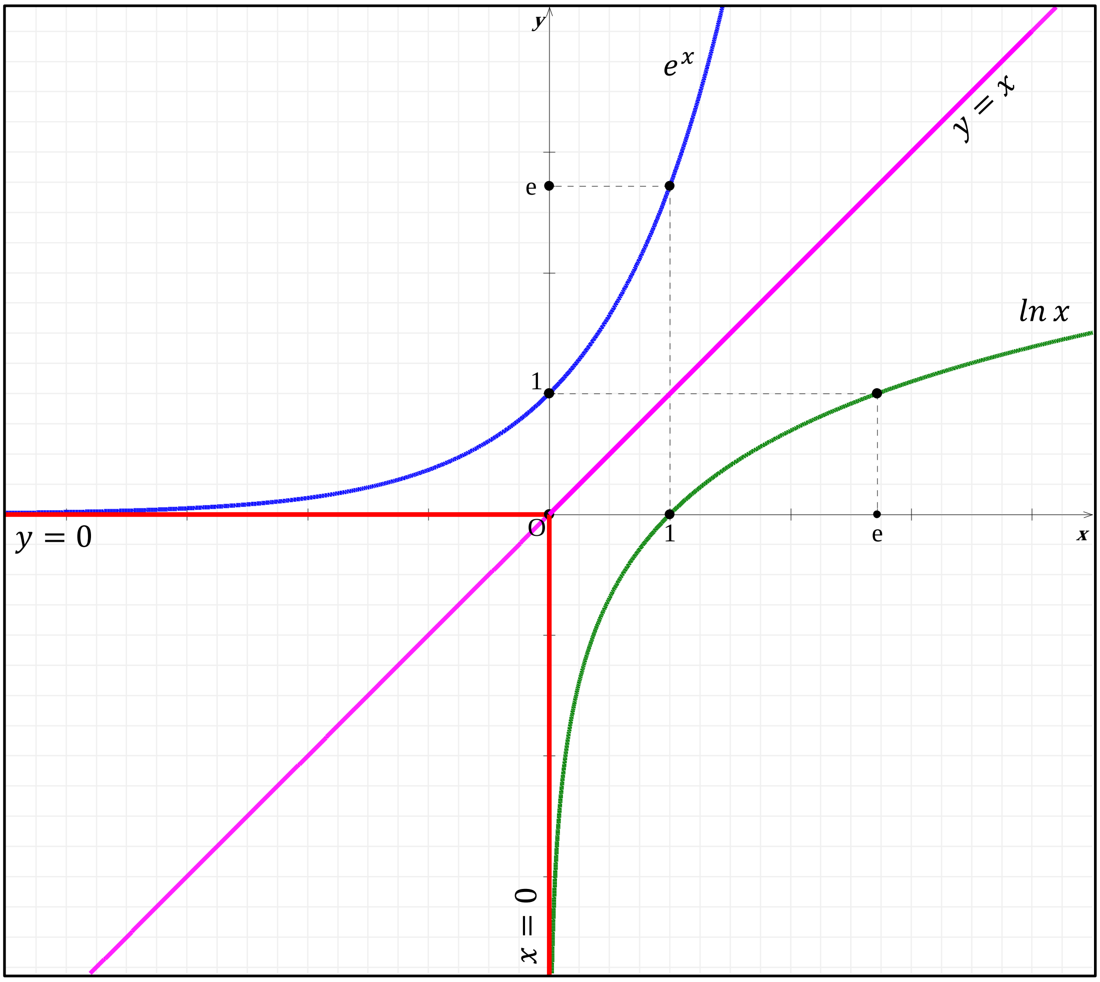
- إذا كانت u دالة قابلة للاشتقاق على مجال I فإن الدالة $x \mapsto e^{u(x)}$ قابلة للاشتقاق على المجال I.
- من أجل كل x من المجال I لدينا:

$$\left(e^{u(x)}\right)' = u'(x) \times e^{u(x)}$$

التمثيل البياني:



مقارنة بين التمثيل البياني للدالة $x \mapsto e^x$ والدالة $x \mapsto \ln x$:



<u>**ملاحظة:**</u>

الدالة: $x \mapsto e^x$ هي الدالة العكسية للدالة: $x \mapsto \ln x$.