دالة اللوغاريتم النيبيري:

تعريف:

دالة اللوغاريتم النيبيري هي الدالة الأصلية للدالة: $x \mapsto \frac{1}{x}$ على المجال $]0\,;+\infty[$ والتي تنعدم في 1 ويرمز لها بالرمز: ln.

خواص:

- $ln\,1 = 0$
- $ln\,e = 1$ (e أساس اللوغاريتم النيبيري)
- من أجل كل x من المجال $]0\,;+\infty[$ ومن أجل كل y من المجال $]0\,;+\infty[$ لدينا:
  - $ln\,xy = ln\,x + ln\,y$
  - $ln\,x^r = r\,ln\,x$ $(r \in \mathbb{Q})$
  - $ln\frac{1}{x} = -\,ln\,x$
  - $ln\frac{x}{y} = ln\,x - ln\,y$
  - $ln\,x = ln\,y$ معناه: $x = y$
  - $ln\,x > ln\,y$ معناه: $x > y$
- من أجل كل x من المجال $]0\,;+\infty[$ ومن أجل كل y من $\mathbb{R}$ لدينا:
  - $ln\,x = y$ معناه: $x = e^y$
- من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ لدينا:
  - إذا كان n عددا طبيعيا زوجيا فإن: $ln\,x^n = n\,ln|x|$

مجموعة التعريف:

- الدالة $x \mapsto ln\,x$ معرفة إذا كان $x > 0$.
- الدالة $x \mapsto ln[u(x)]$ معرفة إذا كان $u(x) > 0$.

النهايات:

$$\begin{cases} \bullet\ \lim\limits_{x\to+\infty} ln\,x = +\infty \\ \bullet\ \lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} ln\,x = -\infty \\ \bullet\ \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{ln\,x}{x^n} = 0 \\ \bullet\ \lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} x^n\,ln\,x = 0 \\ \bullet\ \lim\limits_{x\to1} \dfrac{ln\,x}{x-1} = 1 \\ \bullet\ \lim\limits_{x\to0} \dfrac{\ln(x+1)}{x} = 1 \end{cases}$$

الاستمرارية:

- الدالة $x \mapsto ln\,x$ مستمرة على المجال $]0\,;+\infty[$.
- إذا كانت u دالة مستمرة ومتزايدة تماما على مجال I فإن الدالة $x \mapsto ln[u(x)]$ مستمرة على المجال I.

الاشتقاقية:

- الدالة $x \mapsto ln\, x$ قابلة للاشتقاق على المجال $]0\,;+\infty[$.
- من أجل كل x من المجال $]0\,;+\infty[$ لدينا:

$$(ln\, x)' = \frac{1}{x}$$

- إذا كانت u دالة متزايدة تماما وقابلة للاشتقاق على مجال I فإن الدالة $x \mapsto ln[u(x)]$ قابلة للاشتقاق على المجال I.
- من أجل كل x من المجال I لدينا:

$$(ln[u(x)])' = \frac{u'(x)}{u(x)}$$

التمثيل البياني: