



**على المترشح أن يختار احد الموضوعين الأتيين :**

**الموضوع الأول**

**( في كل التمارين تثن كل محاولة جادة مهما كانت بسيطة )**

**التمرين الأول: ( 04 نقاط )**

$$(u_n) \text{ المتتالية المعرفة بحددها الأول } u_0 = 4 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n, u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{4}{3}$$

(1) أ) أحسب كلا من  $u_1, u_2$  و  $u_3$ .

(ب) اعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

(2) المتتالية العددية  $(v_n)$  معرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = \alpha u_n - 4(\alpha + 1)$ . حيث  $\alpha$  عدد حقيقي.

أ) جد العدد الحقيقي  $\alpha$  حتى تكون  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{3}{4}$  ثم احسب حدها الأول.

(ب) بين انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n = \frac{16}{3} - \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$ .

- ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

(4) أكتب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = v_0 + \frac{4}{3}v_1 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 v_2 + \dots + \left(\frac{4}{3}\right)^n v_n$  ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ .

**التمرين الثاني: ( 04 نقاط )**

يحتوي صندوق 10 كرات متماثلة لا نفرق بينها عن اللمس، منها 04 كرات بيضاء مرقمة بـ 1; 2; 1; 2 وثلاث كرات حمراء مرقمة

بـ: 1; 0; 2 وكرتان خضراء مرقمة بـ: 0; 1 وكربة سوداء مرقمة بـ: 0.

نسحب عشوائيا في أن في أن واحد أربع كريات من هذا الصندوق.

نعتبر الأحداث  $A$ : "الكريات المسحوبة من ألوان مختلفة" و  $B$ : "الكريات المسحوبة تحمل لونين فقط" و

$C$ : "الكريات المسحوبة تحمل على الأقل رقم زوجي".

(1) أ-بين أن  $P(B) = \frac{29}{105}$  ثم أحسب:  $P(A)$  و  $P(C)$ .

(2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب العدد الالوان المحصل عليها.

عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$  واحسب أمله الرياضياتي  $E(X)$ .

(3) نسحب الآن عشوائيا على التوالي ومن دون إرجاع أربع كريات من هذا الصندوق.

(4) نعتبر الحادث  $D$ : "الكريات المسحوبة تحمل الارقام تشكل العدد 2021 بهذا الترتيب" أحسب:  $P(D)$

**صفحة 1 من 4**

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

- 1 - حل في  $\mathbb{C}$  مجموعة الأعداد المركبة (I) ذات المجهول  $z$  التالية : (I).....  $z^2 - (4 \sin \alpha)z + 4 = 0$  حيث  $\alpha$  وسيط حقيقي .
- 2 - من أجل  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  ، نرسم إلى حلي المعادلة (I) بـ  $z_1$  و  $z_2$  . بين أن :  $\left(\frac{z_1 \times z_2}{4}\right)^{2021} = 1$  .
- (1) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  . النقطة  $A$  ،  $B$  و  $C$  التي لاحقاتها
- (أ) أنشئ النقطة  $A$  ،  $B$  و  $C$  .  
 $z_A = \sqrt{3} + i$  ،  $z_B = \overline{z_A}$  ،  $z_C = 4\sqrt{3} + i$  على الترتيب.
- (ب) أكتب على الشكل الجبري ثم الاسي العدد المركب  $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$  ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  .
- (ج) عين لاحقة النقطة  $G$  مرجح الجملة  $\{(A;1), (B;-1), (C;2)\}$  . ثم أنشئ  $G$  .
- (د) أحسب  $z_D$  لاحقة النقطة  $D$  ، بحيث يكون الرباعي  $ABDC$  مستطيل .

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

- (I) الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = (x+2)e^x - \frac{1}{2}$  .
- (أ) أدرس اتجاه تغيرات الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- (ب) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $-0,9 < \alpha < -0,8$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  .
- (II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x^2 \left( e^x - \frac{1}{4} \right)$  . وليكن  $(C)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .
- (1) أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .
- ب- بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( f(x) + \frac{1}{4} x^2 \right) = 0$  ، ثم فسر النتيجة هندسياً .
- ج- أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C)$  والمنحنى  $(\Gamma)$  ذي المعادلة حيث:  $(\Gamma): y = -\frac{1}{4} x^2$  .
- (2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يكون:  $f'(x) = x(g(x))$  ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.
- (3) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى  $(C)$  ومع محور الفواصل ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى  $(C)$  بالنسبة لمحور الفواصل .
- (4) أرسم  $(\Delta)$  ،  $(T)$  والمنحنى  $(C)$  . (نأخذ  $f(\alpha) = 0.8$ ).
- (5) عين يانيا قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حتى تقبل المعادلة ذات المجهول  $x$  :  $f(x) = m^2$  ثلاث حلول متمايزة .
- (6) - لتكن الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = x^2 \left( e^{-x} - \frac{1}{4} \right)$  . وليكن  $(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق .
- جد علاقة بين  $h$  و  $f$  ثم أنشئ  $(C_h)$  مع شرح طريقة الرسم .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول ( 04 نقاط )

في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس مثل المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(D)$  معادلتيهما على الترتيب:

$$y = x \text{ و } y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$$

لتكن المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $u_0 = 6$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n - \frac{1}{2}$

(أ) مثل على حامل محور الفواصل الحدود:  $u_0, u_1, u_2, u_3, u_4$  دون حسابها

(ب) عين احداثيي نقطة تقاطع المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(D)$

(ج) أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و تقاربها

1) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بالعلاقة:  $V_n = U_n + \alpha$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقي.

(أ) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول

(ب) نضع  $\alpha = \frac{2}{3}$  اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$

(ج) بين أن  $u_{n+1} - u_n = 3\left(\frac{1}{4}\right)^n$  ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

2) احسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  ثم استنتج المجموع:  $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

### التمرين الثاني: ( 04 نقاط )

بحتوي كيس على أربع كريات بيضاء و ثلاث كريات سوداء (كل الكريات متمثلة ولانميز بينها في اللمس) .  
نسحب من هذا الكيس أربع كريات في واحد.

1. أحسب إحتمال الحدث A " الحصول على الاقل على كرية بيضاء " .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب العدد  $x + \alpha y$

حيث ( X يمثل عدد الكريات البيضاء و حيث y يمثل عدد الكريات السوداء في السحبة الواحدة ) و  $\alpha$  عدد حقيقي .  
(أ) عين قيم X

(ب) عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ،

- عين قيمة العدد الحقيقي  $\alpha$  حتى يكون  $E(x) = \frac{24268}{7}$  .

3) نسحب الآن من هذا الكيس أربع كريات على توالى وبارجاع .

ليكن الحدث B "الحصول على الاقل على كرية بيضاء " أحسب  $P(B)$

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  ، المعادلة :  $z^2 - 6\sqrt{2}z + 36 = 0$  .  
 (2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $A.(O; \vec{u}, \vec{v})$  ،  $B$  و  $C$  و  $D$  نقط من المستوي التي

لاحقاتها على الترتيب :  $z_A = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}i$  ،  $z_B = \overline{z_A}$  ،  $z_C = 6\sqrt{2}$  ،  $z_D = \frac{z_C}{2}$  .

(أ) أكتب  $z_A$  و  $z_B$  و  $z_C$  على الشكل الآسي .

(ب) أحسب  $\left(\frac{z_A}{6}\right)^{2021} + \left(\frac{z_B}{6}\right)^{1433}$  .

(3) بين أن الرباعي  $OACB$  متوازي أضلاع ، ثم حدد بدقة طبيعة الرباعي  $OACB$  .

(4) (أ) عين  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  والتي تحقق :  $z = z_B + \sqrt{3}e^{i\theta}$  حيث  $\theta$  يتغير على  $\mathbb{R}$

(ب) عين  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  والتي تحقق :  $z = z_B + ke^{i\frac{\pi}{4}}$  حيث  $k$  عدد حقيقي.

### التمرين الرابع: (07 نقاط)

(1) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = 1 - x^4 - 3\ln x$

أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$  .

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على المجال  $]0; +\infty[$  ثم شكل جدول تغيراتها.

ج- أحسب  $g(1)$  ثم سنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$

(2) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = \frac{-x^4 + 3x^3 + \ln x}{x^3}$

و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  الوحدة  $2\text{cm}$

أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  . ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب- اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  أن :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^4}$

ج- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  . ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(3) (أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = 3 - x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C)$  ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C)$  و  $(\Delta)$

ب- أكتب معادلة للهماس  $(T)$  للمنحنى  $(C)$  الموازي للمستقيم  $(\Delta)$  .

(4) - أرسم  $(\Delta)$  ،  $(T)$  والمنحنى  $(C)$  .

(5) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة :  $f(x) = |m| - x$  .

صفحة 4 من 4

هذا العمل نحتسبه صدقة جارية إلى روح أمي الطاهرة رحمة الله عليها